

ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE NOVEMBRE 2025

Toute documentation permise
Calculatrices : modèles autorisés seulement
Durée de l'examen : 3 heures

23-CH-A6 DYNAMIQUE ET COMMANDE DES PROCESSUS

Énoncé

Question 1 [15 points]

Répondez aux questions ci-dessous et justifiez brièvement vos réponses :

- a) **[3 points]** Quel est le rôle de la composante intégrale dans un contrôleur PI ou PID (hypothèse : boucle de régulation stable)?
- b) **[3 points]** Comment est-il possible d'utiliser les outils de contrôle linéaire (par exemple, une fonction de transfert) pour un système non linéaire ?
- c) **[3 points]** Que se passe-t-il lorsque la sortie d'un contrôleur de type rétroactif, ou encore la vanne ou la pompe qu'il actionne, est saturé(e)?
- d) **[3 points]** Que sont les pôles d'une fonction de transfert $G(s)$ et quelle est leur utilité ?
- e) **[3 points]** Vrai ou faux (justifiez aussi votre réponse) : un diagramme de Bode permet d'analyser la stabilité et la performance d'un système en boucle fermée.

Question 2 [20 points]

La réponse dynamique $y(t)$ d'une unité à une fonction d'excitation $u(t)$ est illustrée à la figure 1 ci-dessous.

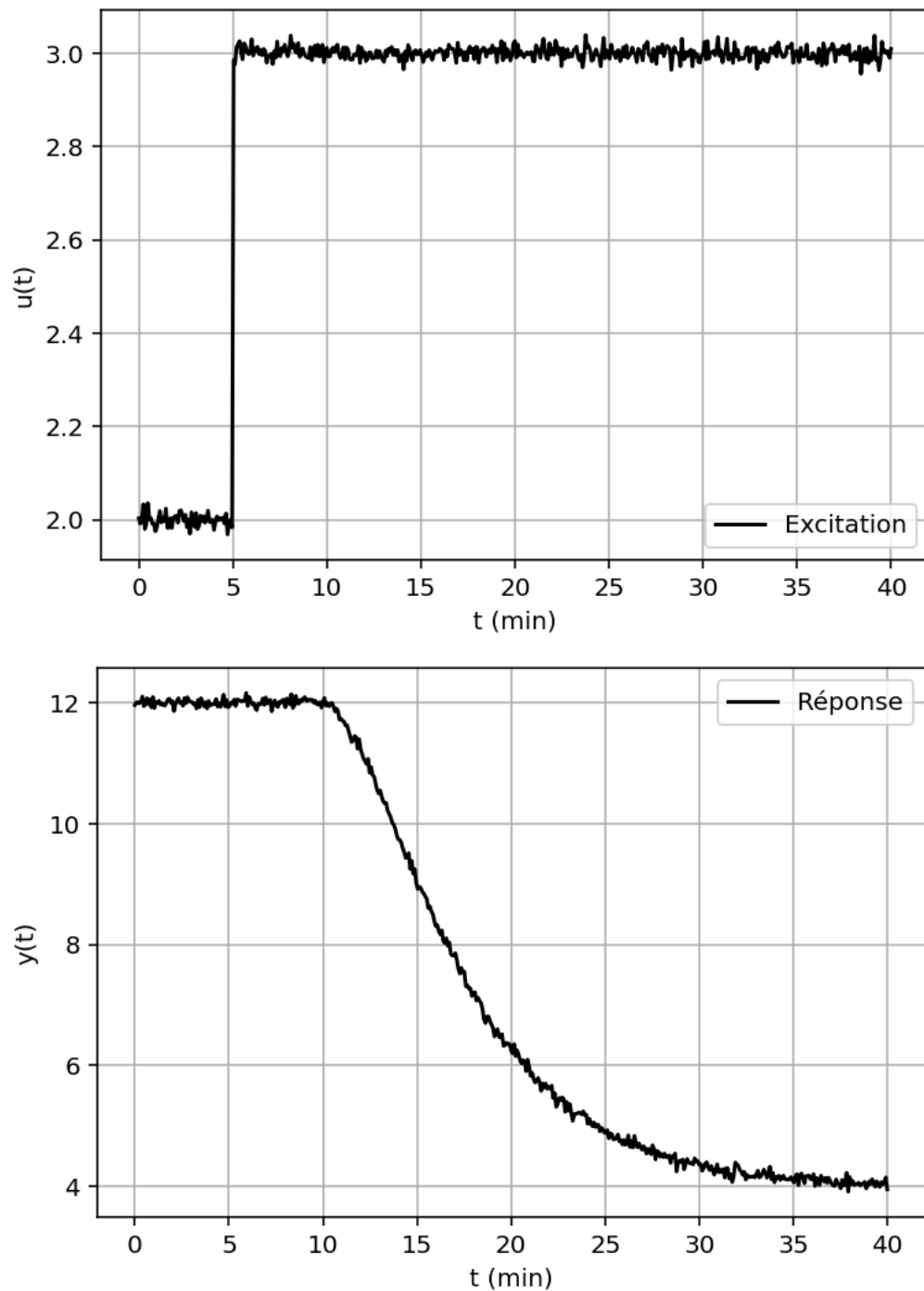


Figure 1 : Fonction d'excitation $u(t)$ et réponse $y(t)$.

- a) **[12 points]** Proposez une fonction de transfert $G(s)$ d'ordre 1 avec temps de retard qui pourrait approximer le comportement de cette unité et déterminez la valeur des paramètres caractéristiques (gain, constante de temps et temps de retard (*time delay*)).
- b) **[8 points]** Pour le modèle obtenu en a) :
- i) [6 points] Trouvez les paramètres K_c et τ_i d'un contrôleur PI (de forme parallèle idéale) en utilisant la méthode de synthèse directe (temps de réponse imposé $\tau_c = \theta$).
 - ii) [2 points] Proposez un changement pour rendre ce contrôleur PI plus robuste.

Question 3 [25 points]

Un réservoir cylindrique vertical de section A constante et de volume V variable est utilisé comme bassin de stabilisation. Il contient un liquide de masse volumique ρ constante.

Deux écoulements de sortie sont présents : i) l'un est proportionnel à la hauteur h de liquide dans le réservoir ($F_1 = ah$) ; ii) l'autre, situé 1 m plus haut, est plutôt proportionnel à la racine carrée de la hauteur de la colonne de liquide ($F_2 = b\sqrt{h-1}$).

Le débit à l'entrée du réservoir est F_0 .

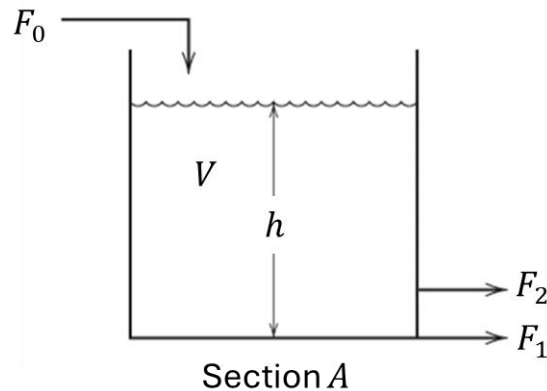


Figure 2 : Réservoir cylindrique vertical et variables du problème.

Paramètres du problème :

$A = 2 \text{ m}^2$	$F_0 = 2 \text{ m}^3/\text{s}$	$a = 0,5 \text{ m}^2/\text{s}$	$b = 1 \text{ m}^{2,5}/\text{s}$
---------------------	--------------------------------	--------------------------------	----------------------------------

- a) **[5 points]** Posez le bilan de matière (conservation de la masse) du réservoir.
- b) **[5 points]** Montrez que le point $h_{ss} = 2 \text{ m}$ est un point d'opération en régime permanent.
- c) **[10 points]** Linéarisez le modèle du bilan de matière autour de ce point d'opération en régime permanent $h_{ss} = 2 \text{ m}$.
- d) **[5 points]** Donnez la fonction de transfert correspondante reliant $H'(s)$ et $F_0'(s)$.

Question 4 [20 points]

La Figure 3 montre une cuve à agitation continue utilisée pour préchauffer un liquide. L'agitation est parfaite, les propriétés physiques et le volume sont constants. Le débit w et la température T_i à l'entrée sont sujets à des perturbations importantes. L'objectif de contrôle est de réguler la température T à l'intérieur de la cuve. La valve permet de manipuler le débit de vapeur, donc Q . L'instrument TT permet une mesure T_m de la température T à l'intérieur de la cuve et FT permet une mesure w_m du débit à l'entrée.

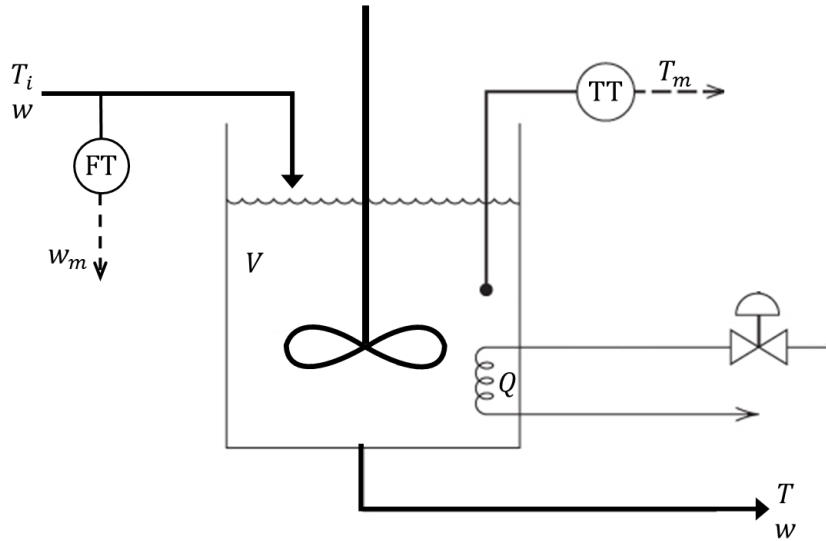


Figure 3 : Cuve à agitation continue utilisée pour préchauffer un liquide, avec ses instruments.

- [6 points]** Proposez et esquissez un schéma de régulation par rétroaction pour atteindre l'objectif de contrôle, à savoir la régulation de la température T .
- [6 points]** Proposez et esquissez un schéma de contrôle par anticipation (*feedforward controller*) qui pourrait être ajouté à la rétroaction, pour tenir compte des variations du débit à l'entrée.
- [8 points]** Dans le domaine de Laplace, la situation est décrite par l'équation

$$T'(s) = \frac{1}{40s + 1} \left[-\frac{1}{2} W'(s) + 1 T_i'(s) + \frac{1}{200} Q'(s) \right].$$

Donnez les fonctions de transfert $G_p = Y'(s)/U'(s)$ et $G_d(s) = Y'(s)/D'(s)$ qui seront utiles à la conception des contrôleurs par rétroaction et par anticipation décrits en a) et b).

Note : Y' , U' et D' représentent les variables contrôlée, manipulée et de perturbation, respectivement. Vous devez les associer aux variables du problème pour répondre adéquatement à la question.

Question 5 [20 points]

Un procédé est modélisé par la fonction de transfert :

$$G_p = \frac{5e^{-2s}}{s(2s + 1)}$$

Il est contrôlé par un schéma de contrôle en rétroaction standard, avec le contrôleur PID de forme parallèle idéale suivant :

$$G_c = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right).$$

Pour les besoins du problème, supposez que la dynamique et le gain des valves et appareils de mesure sont tels que $G_v = G_m = K_m = 1$.

- a) [10 points] Proposez un contrôleur PID idéal (c.-à-d. donnez les valeurs K_c, τ_i, τ_d) en utilisant la méthode IMC (*internal model control*), avec temps de réponse imposé $\tau_c = 2$. Au besoin, vous référez à l'Annexe 1.
- b) [10 points] Un diagramme de Bode est tracé pour ce système de régulation par rétroaction. La figure 4 illustre ce diagramme. Déterminez la marge de gain (*gain margin*). Est-ce que le système est stable ?

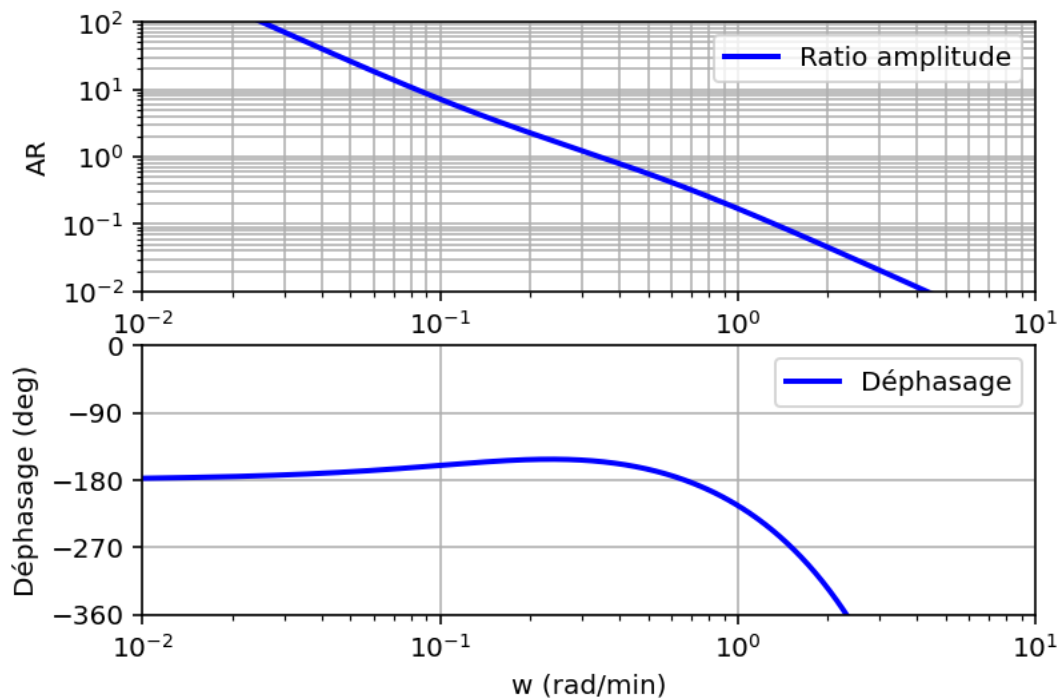


Figure 4 : Diagramme de Bode, montrant le ratio d'amplitude AR et le déphasage ϕ (*phase shift*, en degrés °) en fonction de la fréquence angulaire ω .

Annexe 1 : Paramètres d'ajustement de contrôleurs IMC

Tableau tiré de : Seborg, D. E.; Edgar, T. F.; Mellichamp, D. A.; Doyle, F. J. Process Dynamics and Control, Fourth edition.; Wiley: Hoboken, NJ, 2017.

Table 12.1 IMC Controller Settings for Parallel-Form PID Controller (Chien and Fruehauf, 1990)

Case	Model	$K_c K$	τ_I	τ_D
A	$\frac{K}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{\tau_c}$	τ	—
B	$\frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_c}$	$\tau_1 + \tau_2$	$\frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$
C	$\frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$	$\frac{2\zeta \tau}{\tau_c}$	$2\zeta \tau$	$\frac{\tau}{2\zeta}$
D	$\frac{K(-\beta s + 1)}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}, \beta > 0$	$\frac{2\zeta \tau}{\tau_c + \beta}$	$2\zeta \tau$	$\frac{\tau}{2\zeta}$
E	$\frac{K}{s}$	$\frac{2}{\tau_c}$	$2\tau_c$	—
F	$\frac{K}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{2\tau_c + \tau}{\tau_c^2}$	$2\tau_c + \tau$	$\frac{2\tau_c \tau}{2\tau_c + \tau}$
G	$\frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{\tau_c + \theta}$	τ	—
H	$\frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau + \frac{\theta}{2}}{\tau_c + \frac{\theta}{2}}$	$\tau + \frac{\theta}{2}$	$\frac{\tau \theta}{2\tau + \theta}$
I	$\frac{K(\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}{\tau_c + \theta}$	$\tau_1 + \tau_2 - \tau_3$	$\frac{\tau_1 \tau_2 - (\tau_1 + \tau_2 - \tau_3)\tau_3}{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}$
J	$\frac{K(\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$	$\frac{2\zeta \tau - \tau_3}{\tau_c + \theta}$	$2\zeta \tau - \tau_3$	$\frac{\tau^2 - (2\zeta \tau - \tau_3)\tau_3}{2\zeta \tau - \tau_3}$
K	$\frac{K(-\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta} + \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}$
L	$\frac{K(-\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$	$\frac{2\zeta \tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$2\zeta \tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta} + \frac{\tau^2}{2\zeta \tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}$
M	$\frac{K e^{-\theta s}}{s}$	$\frac{2\tau_c + \theta}{(\tau_c + \theta)^2}$	$2\tau_c + \theta$	—
N	$\frac{K e^{-\theta s}}{s}$	$\frac{2\tau_c + \theta}{\left(\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)^2}$	$2\tau_c + \theta$	$\frac{\tau_c \theta + \frac{\theta^2}{4}}{2\tau_c + \theta}$
O	$\frac{K e^{-\theta s}}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{2\tau_c + \tau + \theta}{(\tau_c + \theta)^2}$	$2\tau_c + \tau + \theta$	$\frac{(2\tau_c + \theta)\tau}{2\tau_c + \tau + \theta}$